

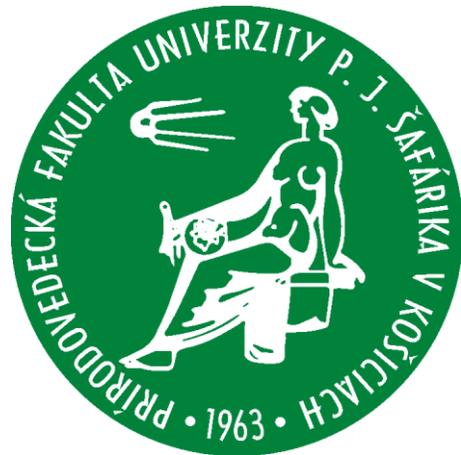
# Aplikácie grafových algoritmov

**Rastislav Krivoš-Belluš**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach

**Prírodovedecká fakulta, Ústav informatiky**





# Grafové algoritmy

graph algorithms



[All](#) [Images](#) [Videos](#) [Books](#) [News](#) [More](#)

[Settings](#) [Tools](#)

About 141,000,000 results (0.61 seconds)

- diskrétna matematika  
KOKOS (prof. S. Jendrol')
- informatika  
GraWiNet (prof. G. Semanišin)





# Výpočet vzdialenosti na ceste grafu

prefixový súčet

Výpočet ceny lístka podľa vzdialenosti

 **R 604 Dargov** R X   D   

	●	8:07	Košice	0 km
8:19	●	8:21	Kysak	16 km
8:34	●	8:37	Margecany	35 km
9:02	●	9:04	Spišská Nová Ves	75 km
9:21	●	9:23	Poprad-Tatry	101 km
9:43	●	9:45	Štrba	120 km
10:11	●	10:13	Liptovský Mikuláš	159 km
10:30	●	10:31	Ružomberok	185 km
10:45	●	10:46	Kraľovany	203 km
10:58	●	11:00	Vrútky	221 km
11:16	●	11:20	Žilina	242 km
11:41	●	11:43	Považská Bystrica	274 km
11:59	●	12:02	Púchov	286 km
12:16	●	12:18	Trenčianska Teplá	313 km
12:23	●	12:25	Trenčín	321 km
12:38	●	12:40	Nové Mesto n.Váhom	346 km
12:50	●	12:52	Piešťany	364 km
13:02	●	13:04	Leopoldov	382 km
13:15	●	13:18	Trnava	399 km
13:39	●	13:41	Bratislava-Vinohrady	441 km
13:47	●		Bratislava hl.st.	445 km

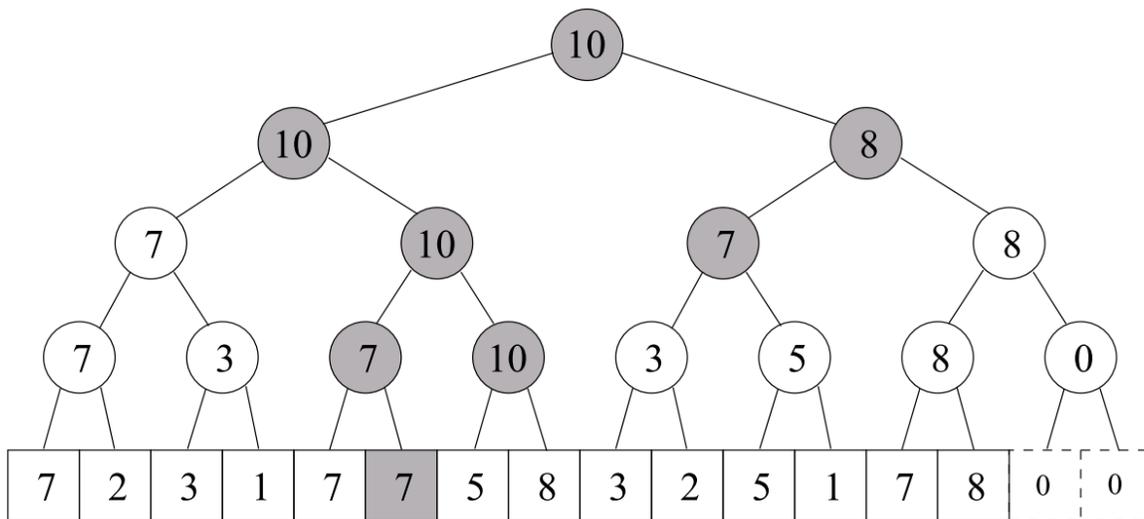
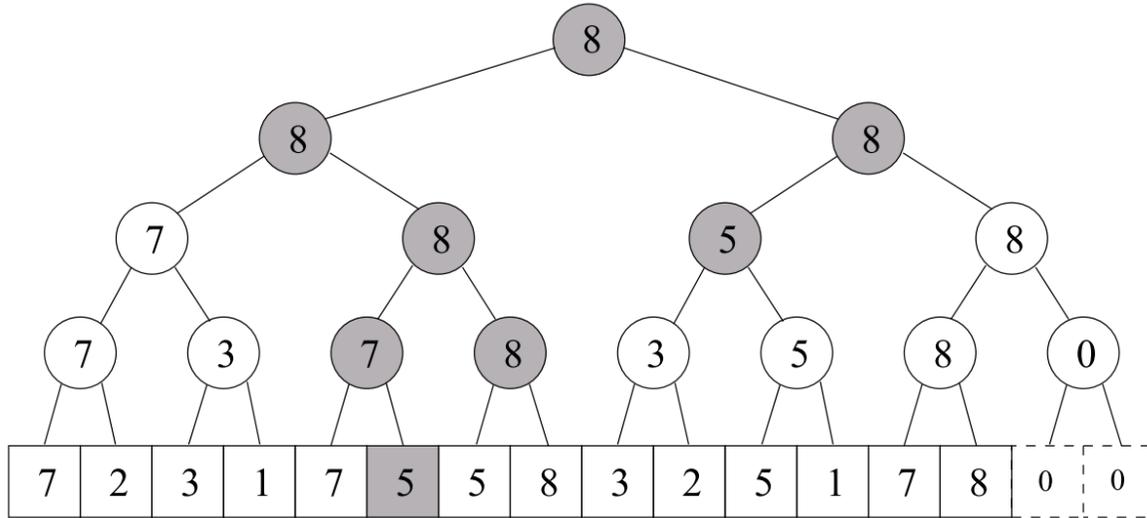
doprava



# Obsadenosť/Predaj miesteniek

Efektívne počítanie obsadenosti vlaku na úseku cesty

intervalový strom

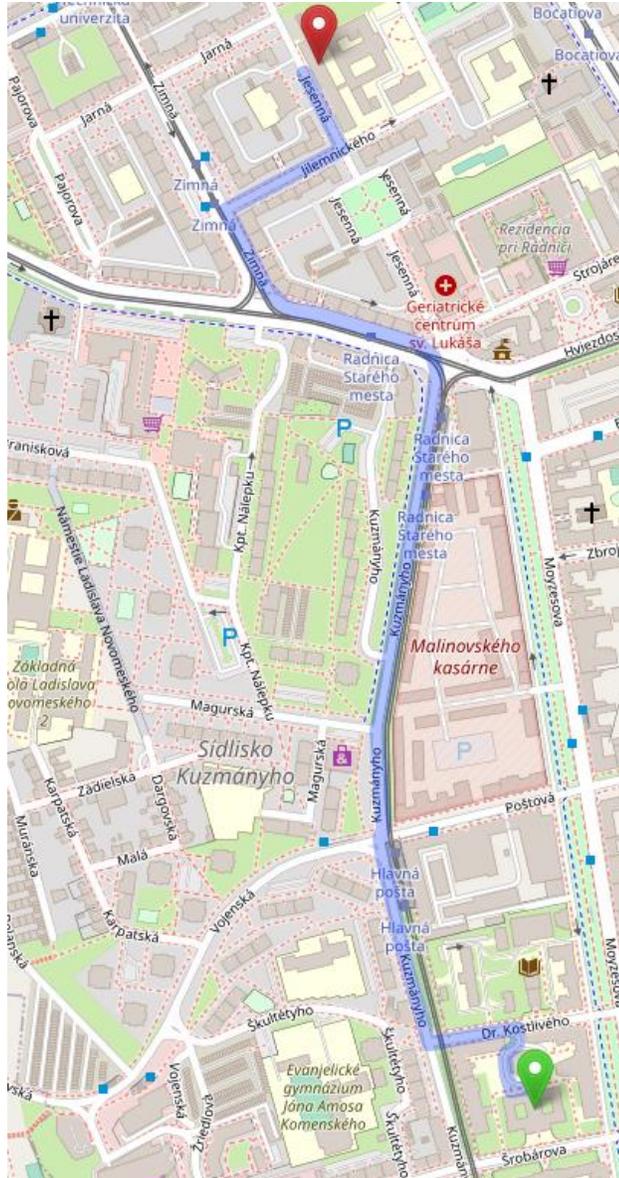


doprava

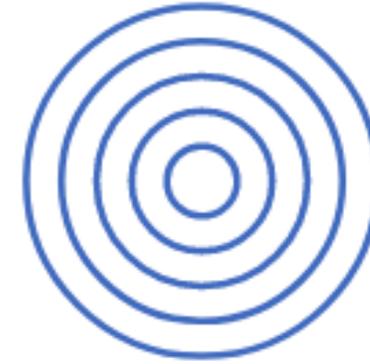


# Hľadanie najkratšej cesty

- navigácia
- plánovanie cesty



prehľadávanie do šírky  
Dijkstra  
 $A^*$

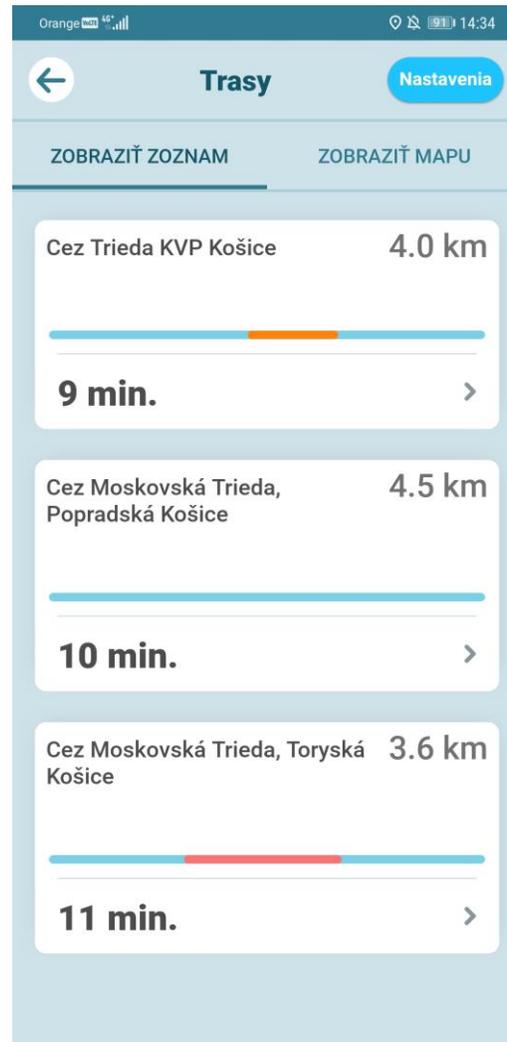
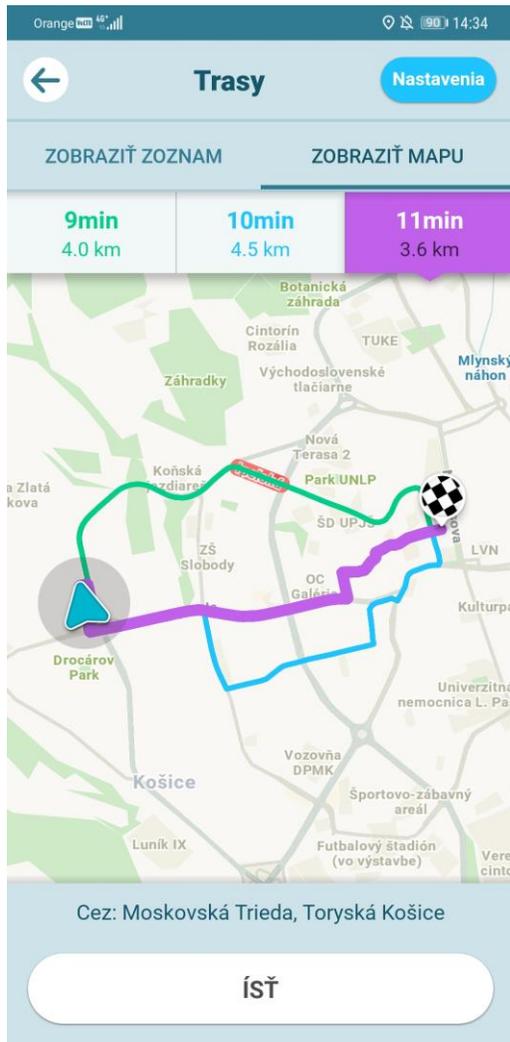


doprava



# Hľadanie najrýchlejšej cesty

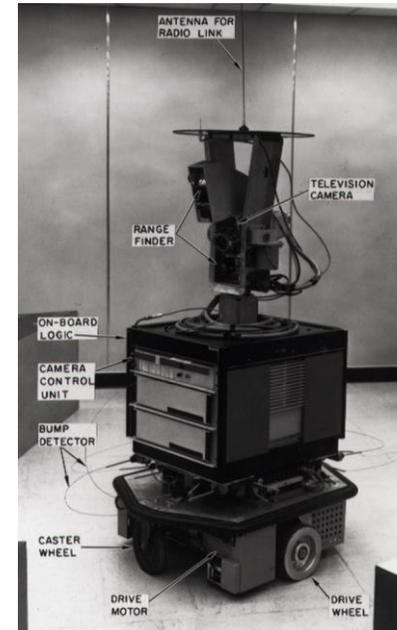
Ohodnotením hrany (cesty) môže byť aj čas.



prehl'adávanie do šírky  
Dijkstra  
A\*

## A\* algoritmus

- pohyb robota
- nepriateľa v počítačových hrách

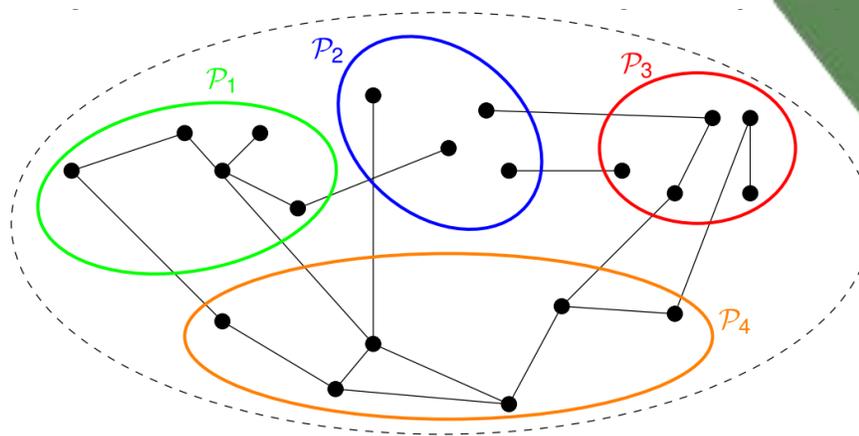


doprava  
počítač. hry  
pohyb robota

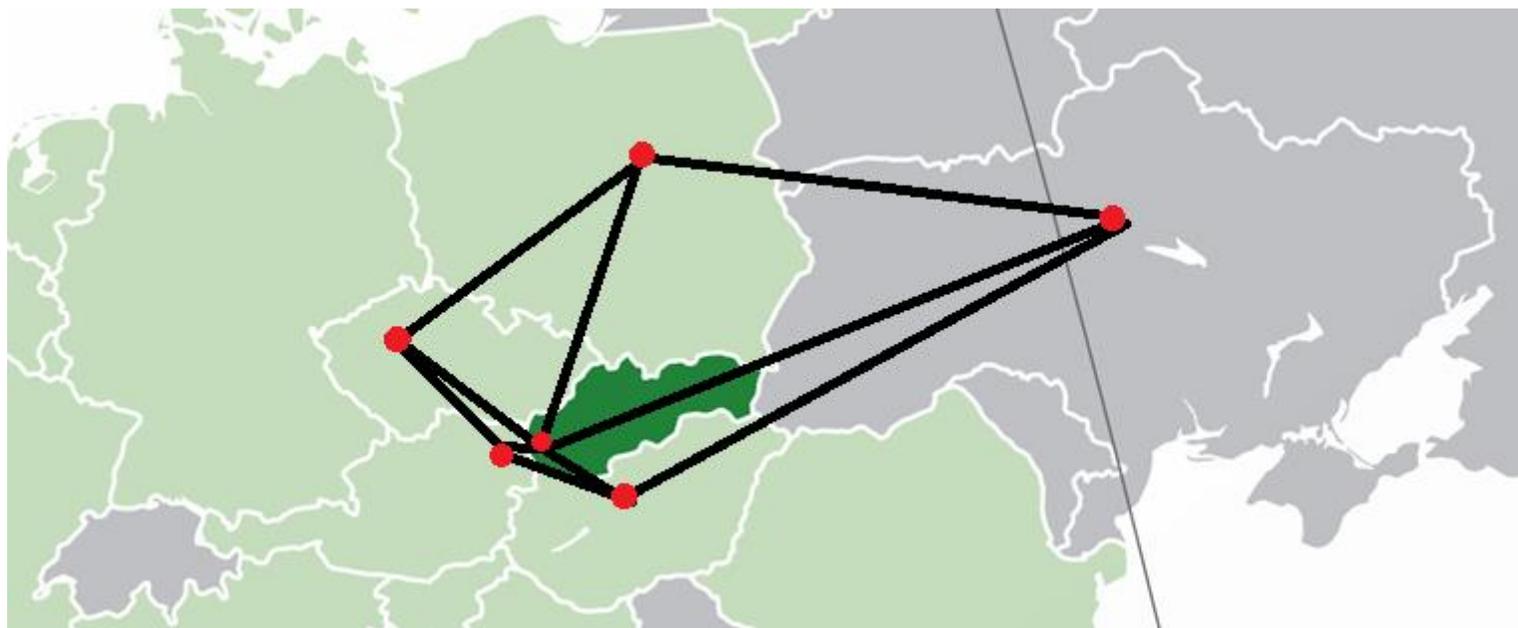


# Farbenie grafu

chromatické číslo



Ako vyfarbiť štáty v atlase tak, aby žiadne dva susedné štáty nemali rovnakú farbu?

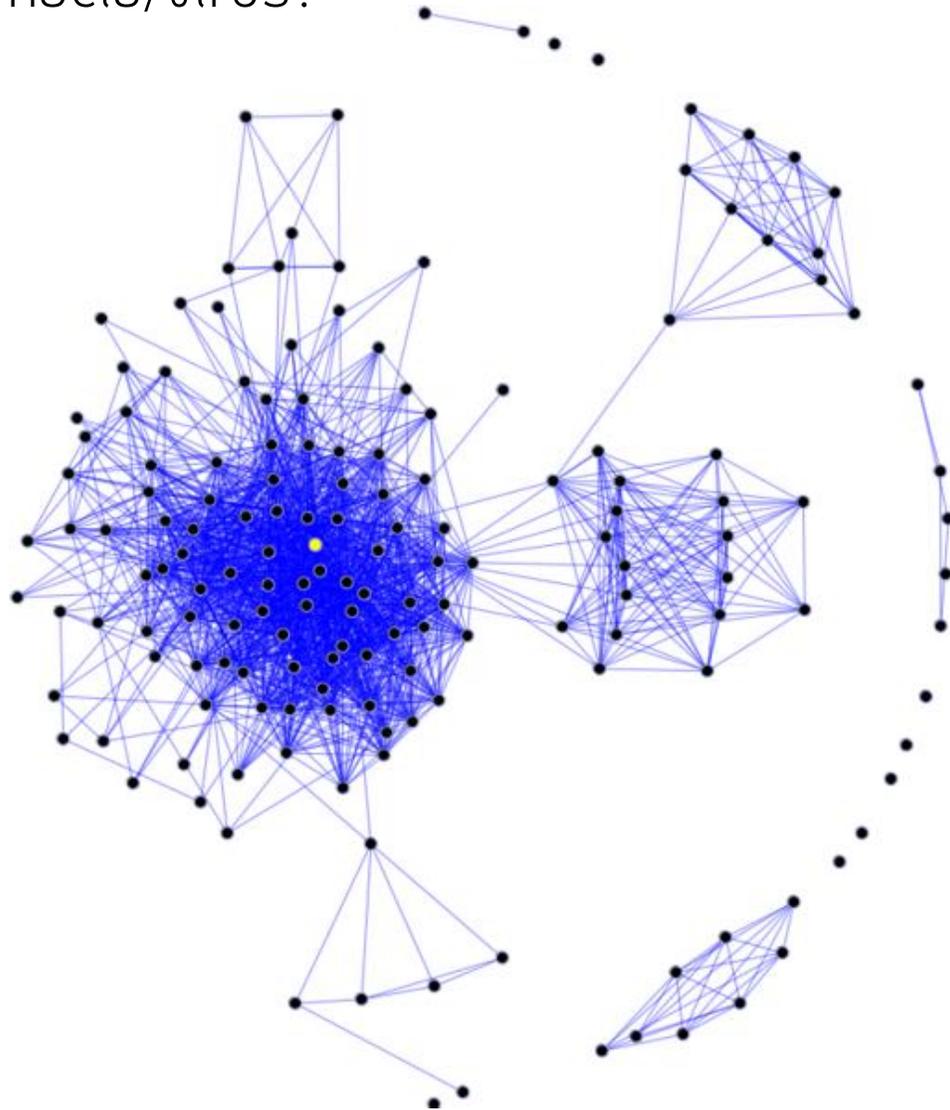


geografia  
medicína

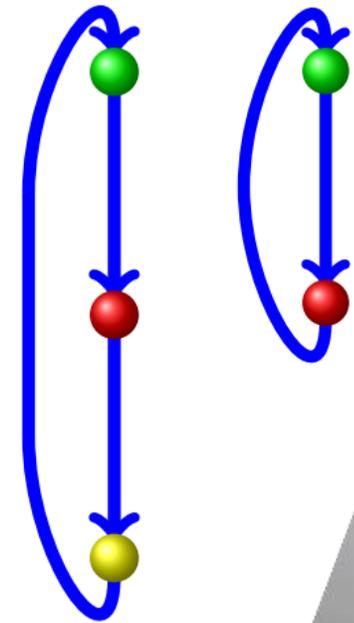


# Šírenie v sieti

Ako sa šíri správa/informácia/vírus?



SIR, SIS model



sociálne  
siete  
epidemiológia



# Topologické usporiadanie

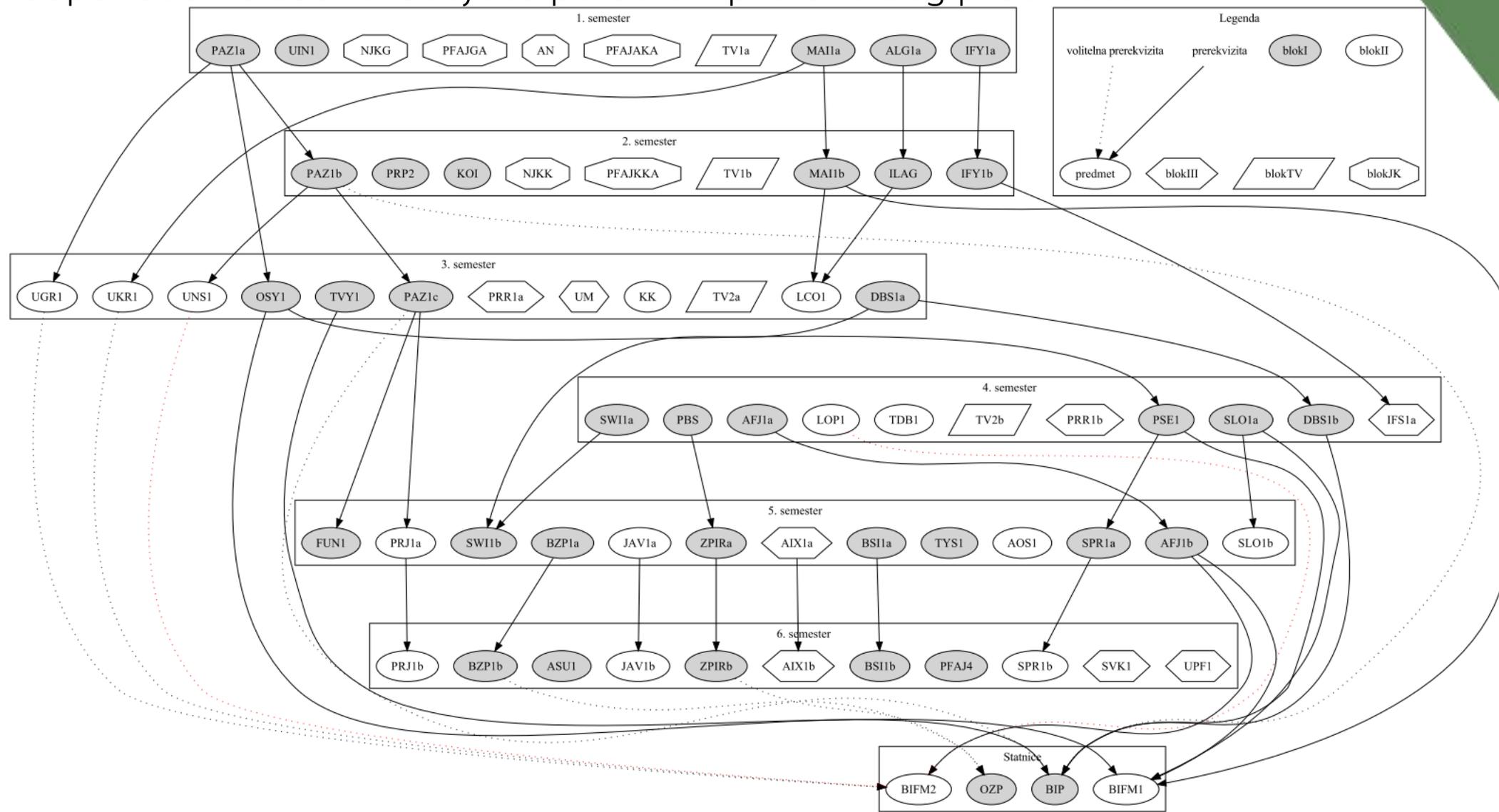
prehľadávanie do hĺbky

greedy

paralelné

Kahn

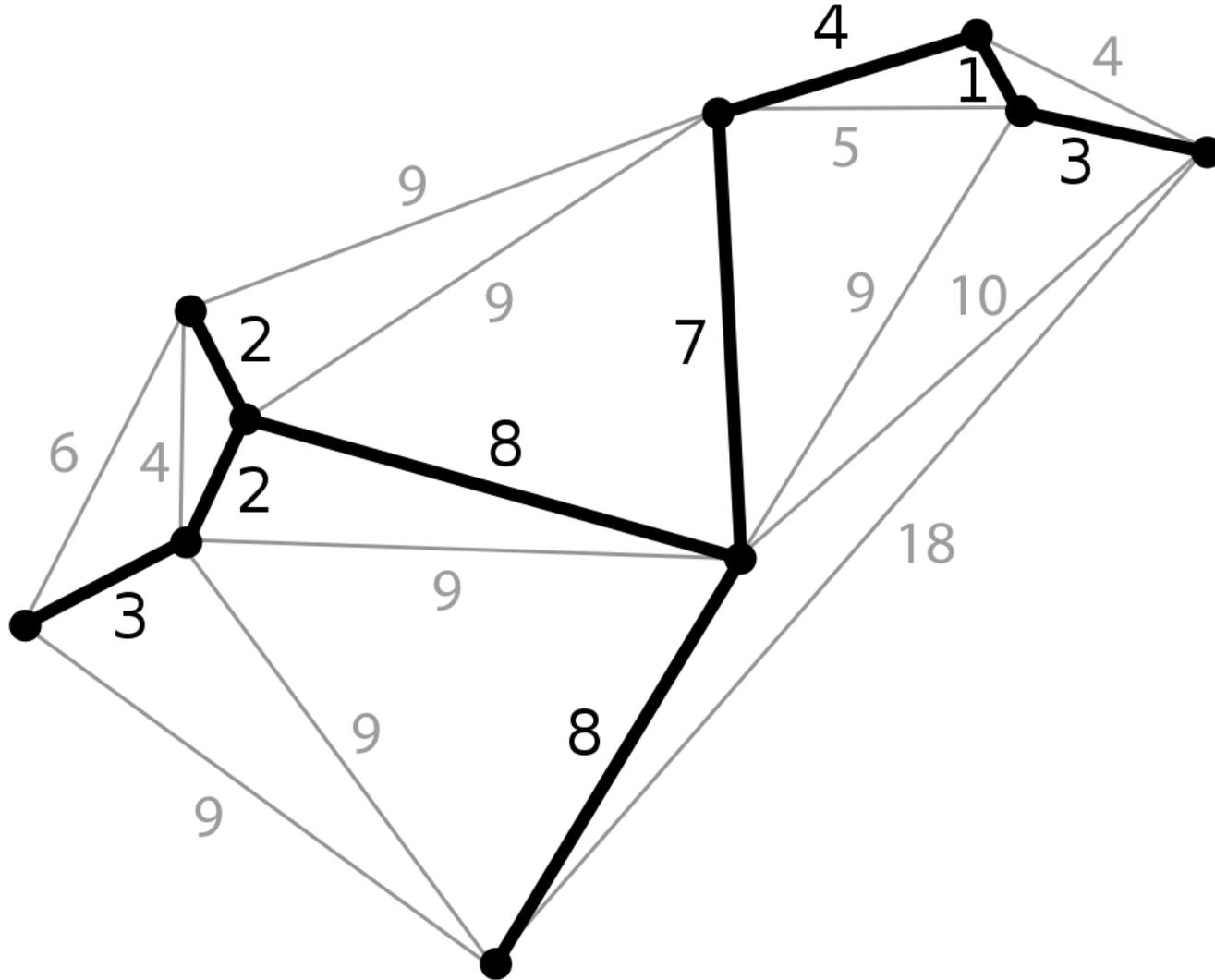
Usporiadanie zachovávajúce poradie – prerekvizity predmetov



Plánovanie  
SW balíčky

# Minimálna kostra grafu

Ako najlepšie vybrať hrany, aby graf zostal súvislý?



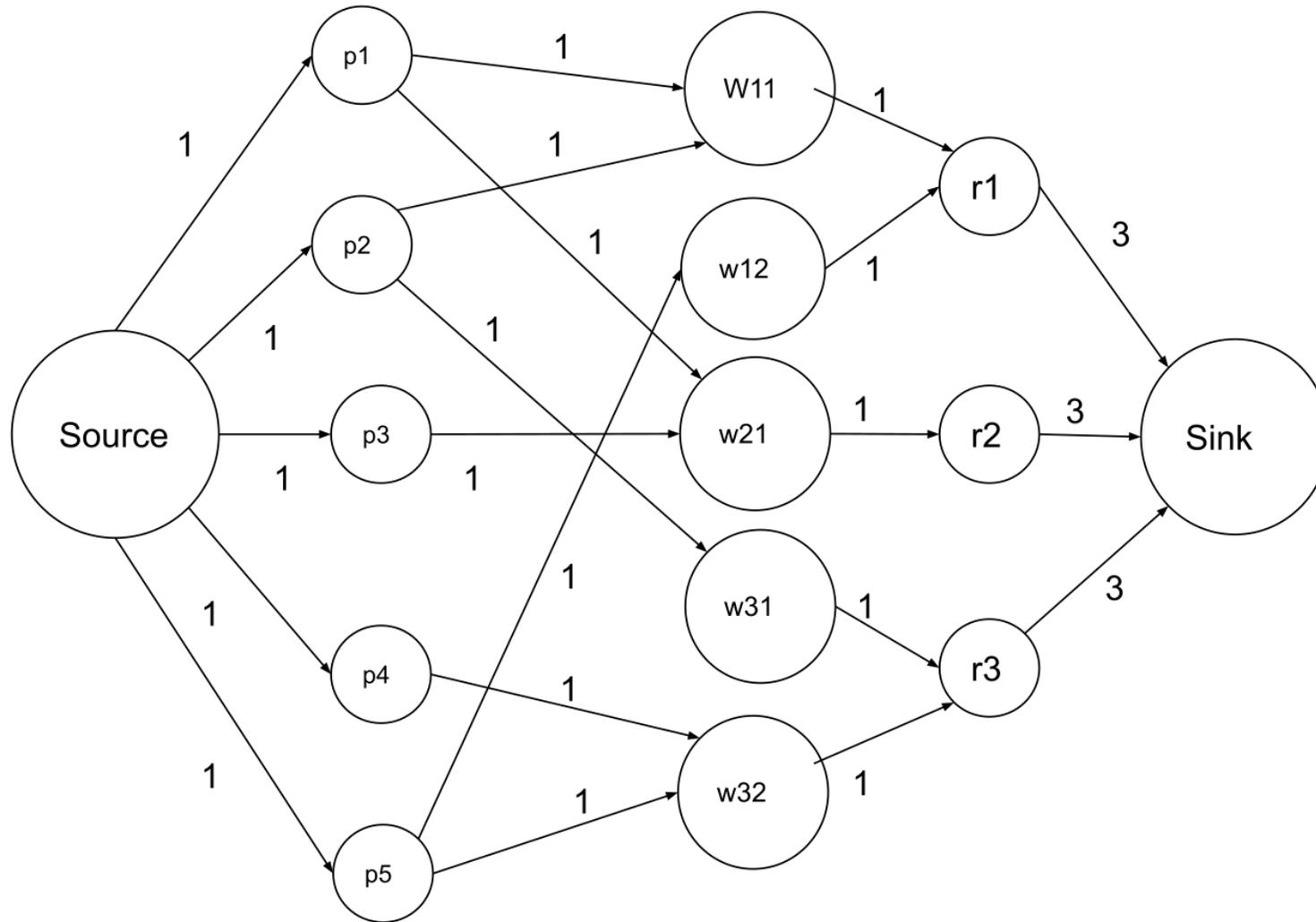
Borůvka  
Jarník-Prim

Zimná  
údržba  
ciest  
elektrifikácia



# Toky v grafe

Ako pomocou potrubí dopraviť čo najviac vody zo zdroja k ústi?



lineárne programovanie

Ford-Fulkerson

Edmonds-Karp

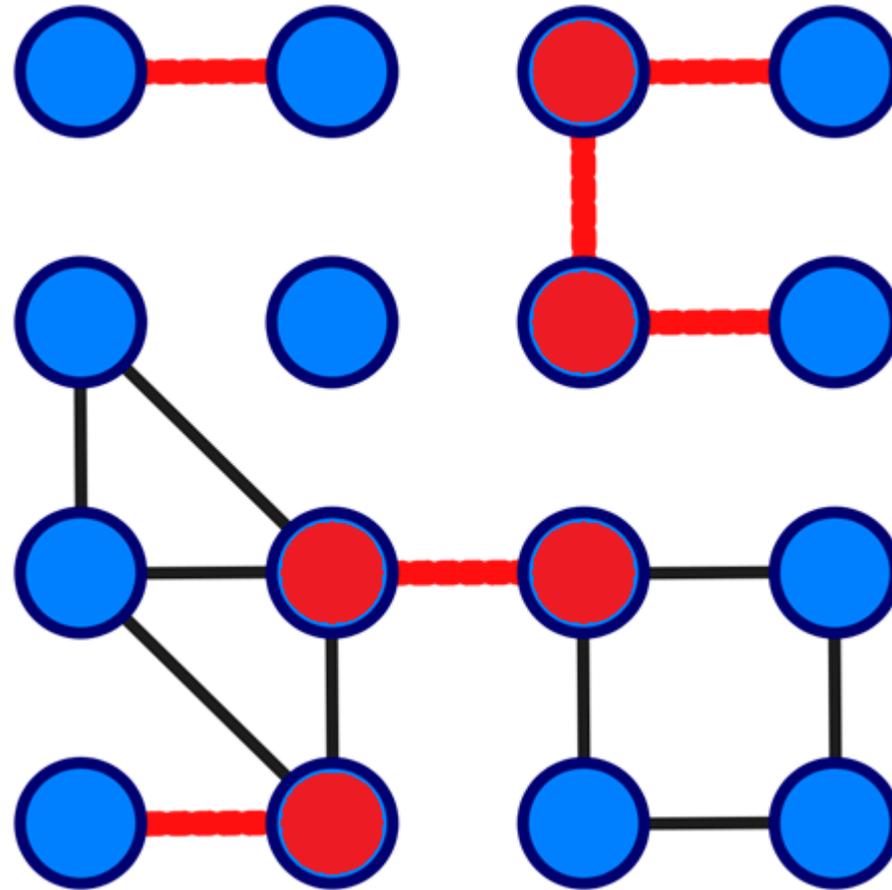
Dinic

vodárne



# Kritická infraštruktúra

Ktoré hrany/vrcholy sú kritické, teda po odobratí sa graf rozpadne?



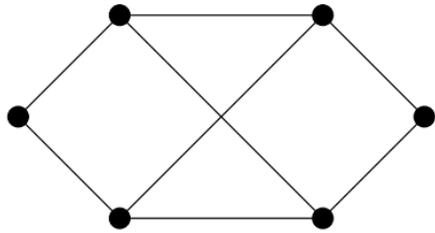
artikulácie  
mosty

sieť  
komunikačná

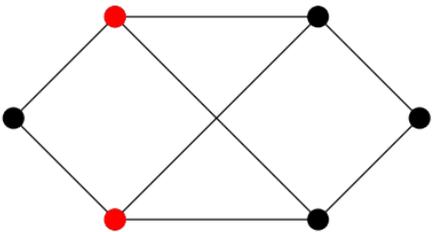
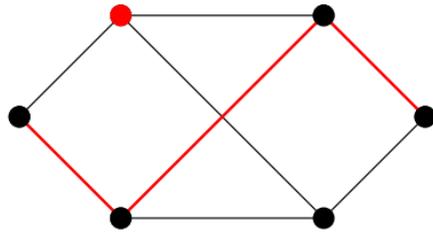
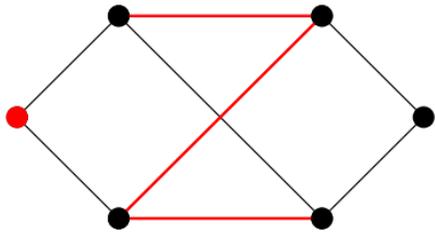


# k-cestné vrcholové pokrytie

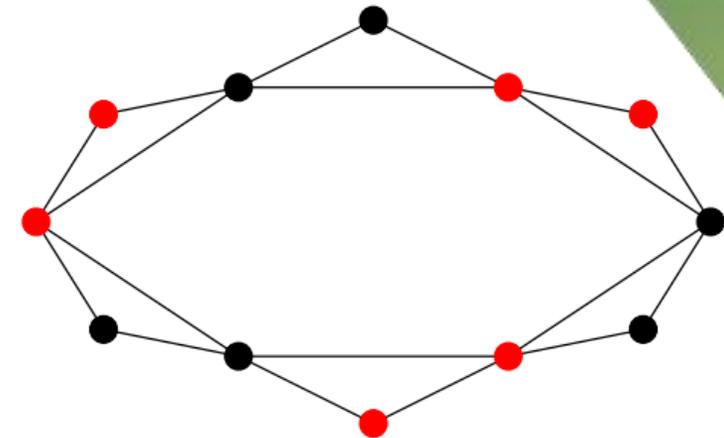
Ako vybrať čo najmenej vrcholov, aby boli pokryté všetky cesty dĺžky k?



$$\psi_4(G) = ?$$



$$\psi_4(G) = 2$$

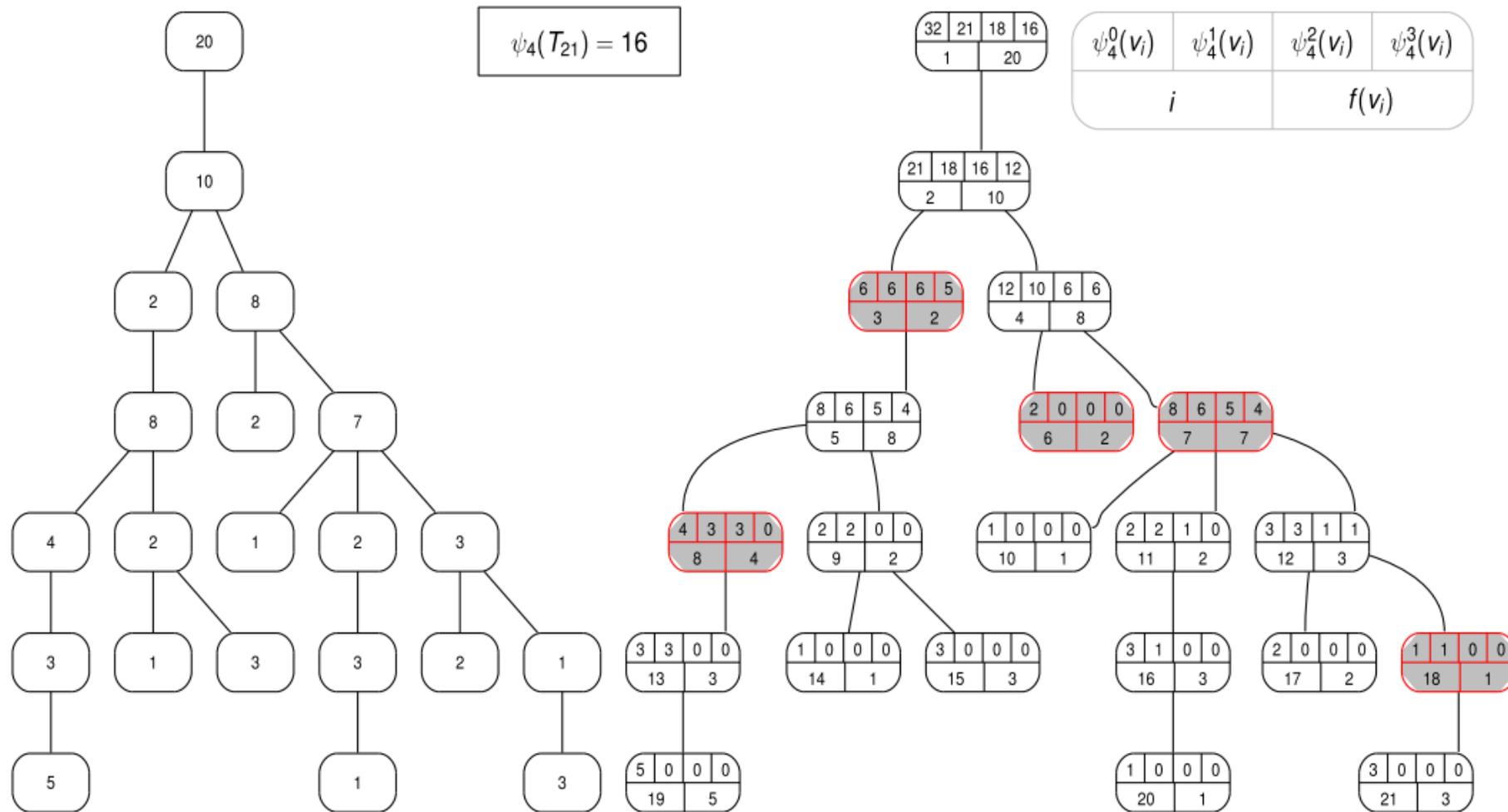


$$\psi_3(G) = \frac{n}{2}$$



# Vážené k-cestné vrcholové pokrytie

Vrcholy majú priradenú váhu, ako pokryť s najmenšou celkovou cenou?



B. Brešar, R. Krivoš-Belluš, G. Semanišin, P. Šparl: On the weighted k-path vertex cover problem, Discrete Applied Mathematics 177 (2014), p. 14-18 (21 cit.)

# Ďakujem za pozornosť



Jesenná 5, Košice



[ics.upjs.sk](http://ics.upjs.sk)



[ui@upjs.sk](mailto:ui@upjs.sk)



# Použité obrázky



[cp.sk](http://cp.sk)

[google.com](http://google.com)

[openstreetmap.org](http://openstreetmap.org)

[oi.sk/archiv/2007/](http://oi.sk/archiv/2007/)

[www.ndsas.sk/stavby/dialnicna-siet](http://www.ndsas.sk/stavby/dialnicna-siet)

[www.redblobgames.com/pathfinding/a-star/introduction.html](http://www.redblobgames.com/pathfinding/a-star/introduction.html)

[wikimedia.org/wiki/File:Socialmedia-pm.png](http://wikimedia.org/wiki/File:Socialmedia-pm.png)

[en.wikipedia.org/wiki/A\\*\\_search\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/A*_search_algorithm)

[en.wikipedia.org/wiki/File:Sna\\_large.png](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Sna_large.png)

[en.wikipedia.org/wiki/Maximum\\_flow\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_flow_problem)

[en.wikipedia.org/wiki/Minimum\\_spanning\\_tree](http://en.wikipedia.org/wiki/Minimum_spanning_tree)

[en.wikipedia.org/wiki/Slovakia](http://en.wikipedia.org/wiki/Slovakia)



waze